

地球大気における大規模・中規模乱流の エネルギースペクトル

岩山 隆寛*

(神戸大学 大学院理学研究科 惑星学専攻)

乱流は時間的空間的に複雑かつ不規則に変動するものであるので、その性質を議論する際には統計法則を考える。乱流の統計法則で有名なものの一つは Kolmogorov(1941)⁽⁷⁾ による 3 次元一様等方性乱流のエネルギースペクトルの $k^{-5/3}$ 則であろう。波数 k に対して $k^{-5/3}$ の形に依存するスペクトルは様々な流れで観測されており、乱流の普遍的特徴の一つである。一方、気象衛星の画像を見ると、雲によって可視化された中・高緯度の大気の流れも非常に乱れていて乱流状態であることが推測されるが、このような流れに普遍的統計法則が存在するのか、といったことに自然と興味が湧く。

Nastrom and Gage (1985)⁽¹²⁾ は GASP データセット*¹ の東西風速、南北風速、温位*²のスペクトル解析の結果を報告している。彼らは、これらの物理量の水平波数エネルギースペクトルは約 2km から 1000 km のスケールまでほぼ同じ形をとること、2 km から 300 ~ 400 km (メソスケール) ではスペクトルは水平波数 k の $-5/3$ 乗に比例する形を持つこと、さらに 1000 から 3000 km (総観スケール) ではスペクトルは k^{-3} に比例する形を持つことを示した (図 1 参照)。スペクトルのこのような特徴は、季節、緯度、対流圏や成層圏における高度に依存しない。総観スケールにおける k^{-3} とメソスケールにおける $k^{-5/3}$ のエネルギースペクトルは、他の観測データ (例えば, Burguess *et al.* 2013⁽²⁾) や大気大循環モデル (例えば, Koshyk and Hamilton 2001⁽⁸⁾) でシミュレートされた場の解析においても示されている。そこで、このスペクトル形状は地球大気の運動の普遍的特徴の一つと考えられており、しばしば Nastrom-Gage スペクトル (以下, NG スペクトルと略記する) と呼ばれる。

Nastrom and Gage (1985)⁽¹²⁾ の研究以降、NG スペクトルの形成過程を 2 次元乱流や準 2 次元の乱流 (地衡流乱流) の枠組みで説明する試みが行われてきた。2 次元 Navier-Stokes 方程式に従う強制散逸乱流 (以降, 2 次元 NS 乱流と参照する) において二つの慣性領域, エネルギー慣性領域とエンストロフィー慣性領域, が共存することはよく知られている。^{(1),(9),(10)} エネルギー慣性領域は、系を強制する波数帯 (強制波数帯) よりも低波数側に形成される。この領域のエネルギースペクトルは波数 k に対して $k^{-5/3}$ の関数形に依存し、エネルギーは低波数側に輸送される。それに対して、エンストロフィー慣性領域は強制波数帯よりも高波数側に形成される。エンストロフィー慣性領域ではエネ

* iwayama@kobe-u.ac.jp

*¹ GASP は Global Atmospheric Sampling Program の略称で、アメリカ航空宇宙局 (NASA) によって行われたプロジェクトである。このデータセットは 1975 年から 1979 年の期間、定期運航する商用航空機によって観測された対流圏界面付近 (9~14 キロメートルの高度) の大気微量成分や気象学的物理量のデータセットである。データはすべての季節を含み、幅広い緯度・経度をカバーしている。

*² 高さと共に圧力が減少する効果を考慮した温度。

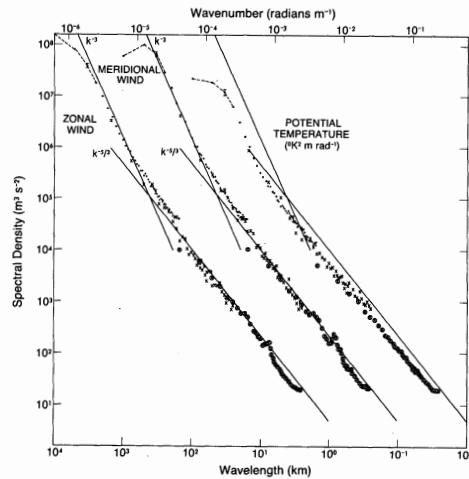


図1 Nastrom and Gage(1985)⁽¹²⁾ によって示された地球大気のエネルギースペクトル.

ルギースペクトルは k^{-3} に比例し, エンストロフィーが高波数側に輸送される (図2 参照). これらの性質は, 運動エネルギーとエンストロフィーが系の非粘性保存量であることに因っている. 地球大

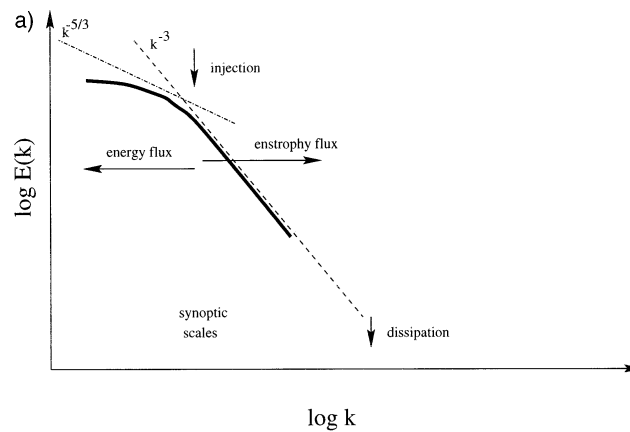


図2 2次元 NS 乱流における波数空間内のエネルギースペクトル, およびエネルギーとエンストロフィーの流れの概念図 (Tung and Orlando (2003)⁽¹⁵⁾ より転載).

気では, 傾圧不安定によって数千キロメートルの擾乱が発生することから, このスケールが地球大気の流れの強制スケールの一つと見做されている. そこで, NG スペクトルにおける k^{-3} スペクトルは 2次元 NS 乱流のエンストロフィー慣性領域スペクトルと類似のものと認識されている (Lindborg, 1999⁽¹¹⁾).

NG スペクトルの $k^{-5/3}$ スペクトルの形成には, 重力波が重要な役割を果たしていることが多くの研究で指摘されている (例えば, Koshyk and Hamilton 2001,⁽⁸⁾ Hamilton *et al.* 2008⁽⁶⁾). 一方, Tung and Orlando (2003)⁽¹⁵⁾ (以下, TO03 と略記する) では, 重力波が濾過された系である 2 層準地衡流渦位方程式の数値実験によって NG スペクトルと類似な k^{-3} と $k^{-5/3}$ スペクトルの共存を再現し (図3 参照), $k^{-5/3}$ スペクトルの形成メカニズム (図4 参照) を提唱している.

準地衡流渦位方程式は, 地球大気・海洋の大規模な循環を記述するモデル方程式の一つである. そ

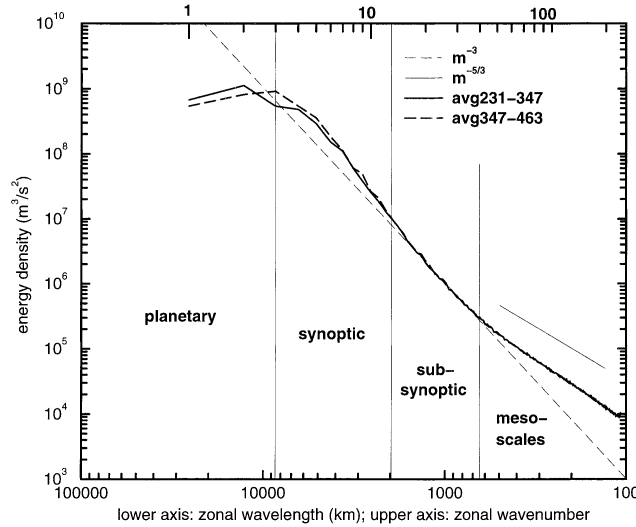


図3 Tung and Orlando(2003)⁽¹⁵⁾ によって示された2層準地衡流渦位方程式の数値実験から得られたエネルギースペクトル。

これは、非圧縮条件を課した2次元NS方程式から導かれる渦度方程式と似た形を持っている。そこで、準地衡流渦位方程式に従う乱流（以降、地衡流乱流と参照する）は2次元NS乱流の一般化の一つとみなされ、物理学的興味、地球物理学的興味から研究されてきた。準地衡流渦位方程式は二つの非粘性保存量、全エネルギー^{*3}とポテンシャルエンストロフィー^{*4}、を持つので、地衡流乱流の波数空間内の力学は、2次元NS乱流のそれと似ていると信じられてきた。⁽³⁾ しかしながらTO03は、密度成層と傾圧性を考慮したもっとも簡単な準地衡流系である2層準地衡流渦位方程式の数値実験において、NSスペクトルと類似なエネルギースペクトルを得たのである。TO03により提唱された $k^{-5/3}$ スペクトルの形成メカニズム（以下、TOメカニズムと参照する）は、強制波数帯から高波数側へのエネルギーの輸送と、それに伴うエネルギー慣性領域の形成が特徴である。

TOメカニズムは2次元NS乱流の性質の一般化としても、その地球物理学的応用としても興味深い。しかしながら、TOメカニズムの正当性は論争になっている。^{(13),(14)} 興味深いことに、TO03以外、2層準地衡流渦位方程式の数値実験でNGスペクトルを再現した研究は未だない。さらに、TOメカニズムが発現するための数学的な関係式（Danilov不等式）は近年理論的に活発に研究されている⁽⁴⁾⁽⁵⁾にもかかわらず、数値実験によってDanilov不等式の成否について調べた研究もない。このような背景のもと、本講演では2層準地衡流渦位方程式の数値実験によって、NGスペクトルの再現およびその形成メカニズムに必要なDanilov不等式の成否に関する研究⁽¹⁶⁾を紹介する。

参考文献

- [1] G. K. Batchelor. Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids Suppl. II*, 12:233, 1969.

^{*3} 運動エネルギーと有効位置エネルギーの和

^{*4} 渦位の二乗の空間積分

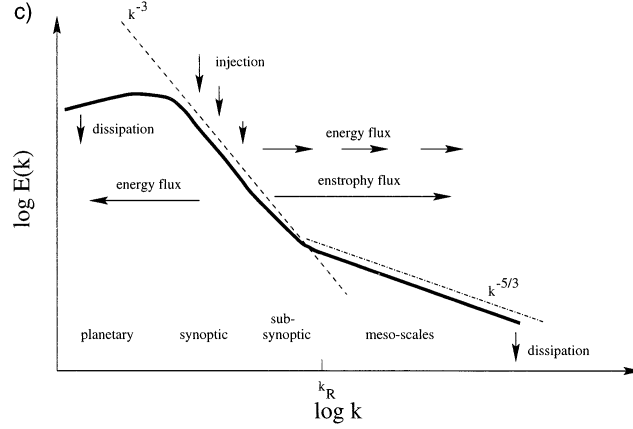


図4 2層準地衡渦位方程式の数値実験によって得られるエネルギースペクトル, および全エネルギーとポテンシャルエンストロフィーの流れの概念図 (Tung and Orlando (2003)⁽¹⁵⁾ より転載).

- [2] B. H. Burgess, E. Andre, and T. G. Shepherd. The troposphere-to-stratosphere transition in kinetic energy spectra and nonlinear spectral fluxes as seen in ecmwf analyses. *J. Atmos. Sci.*, 70:669–687, 2013.
- [3] G. J. Charney. Geostrophic turbulence. *J. Atmos. Sci.*, 28:1087–1095, 1971.
- [4] E. Gkioulekas. The effect of asymmetric large-scale dissipation on energy and potential enstrophy injection in two-layer quasi-geostrophic turbulence. *J. Fluid Mech.*, 694:493–523, 2012.
- [5] E. Gkioulekas. Energy and potential enstrophy flux constraints in quasi-geostrophic models. *Physica D*, 284:27 – 41, 2014.
- [6] K. Hamilton, Y. O. Takahashi, and W. Ohfuchi. Mesoscale spectrum of atmospheric motions investigated in a very fine resolution global general circulation model. *J. Geophys. Res.*, 113:D18110, 2008.
- [7] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30:301, 1941.
- [8] J. Koshyk and K. Hamilton. The horizontal kinetic energy spectrum and spectral budget simulated by a high-resolution troposphere-stratosphere-mesosphere gcm. *J. Atmos. Sci.*, 58:329–348, 2001.
- [9] R. H. Kraichnan. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids*, 10:1417, 1967.
- [10] C. E. Leith. Diffusion approximation for two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids*, 11:671, 1968.
- [11] E. Lindborg. Can the atmospheric kinetic energy spectrum be explained by two-dimensional turbulence? *J. Fluid Mech.*, 388:259–288, 1999.
- [12] G. D. Nastrom and K. S. Gage. A climatology of atmospheric wavenumber spectra of window and temperature observation ny commercial aircraft. *J. Atmos. Sci.*, 42:950 – 960, 1985.
- [13] K. S. Smith. Comments on “The k^{-3} and $k^{-5/3}$ energy spectrum of atmospheric turbulence:quasi-geostrophic two-level model simulation”. *J. Atmos. Sci.*, 61:937, 2004.
- [14] K. K. Tung. Reply to comments on “The k^{-3} and $k^{-5/3}$ energy spectrum of atmospheric turbulence:quasi-geostrophic two-level model simulation”. *J. Atmos. Sci.*, 61:943, 2004.
- [15] K. K. Tung and W. W. Orlando. The k^{-3} and $k^{-5/3}$ energy spectrum of atmospheric turbulence: quasigeostrophic two-level model simulation. *J. Atmos. Sci.*, 60:824–835, 2003.
- [16] 岩山隆寛, 岡崎正悟, 渡邊威. 2層準地衡流系に関する Danilov 不等式の数値実験的研究. 京都大学数理解析研究所講義録, 印刷中, 2017.